



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
CAMPUS DI RIMINI

EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

Monica Bagagli

PRECORSO DI MATEMATICA GENERALE CLET E CLEI

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$$

L'equazione è completa se i coefficienti sono tutti diversi da zero, altrimenti è incompleta.

RISOLUZIONE DI EQUAZIONI DI SECONDO GRADO INCOMPLETE

1) $ax^2+bx=0$ ($b \neq 0, c = 0$) EQUAZIONE SPURIA

$$x(ax+b)=0$$

PER LA LEGGE DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO:

$$x=0 \quad \vee \quad ax+b=0$$



$$x = -\frac{b}{a}$$

Le soluzioni sono $x_1=0$, $x_2 = -\frac{b}{a}$

$$S = \left\{ 0, -\frac{b}{a} \right\}$$



Esempi:

1. $6x^2 - 5x = 0$

$$x(6x - 5) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad 6x - 5 = 0$$



$$x = \frac{5}{6}$$

$$S = \left\{ 0, \frac{5}{6} \right\}$$



2. $4x(2x+1)=0$

$4x=0$

v

$2x + 1 = 0$



$x=0$



$x = -\frac{1}{2}$

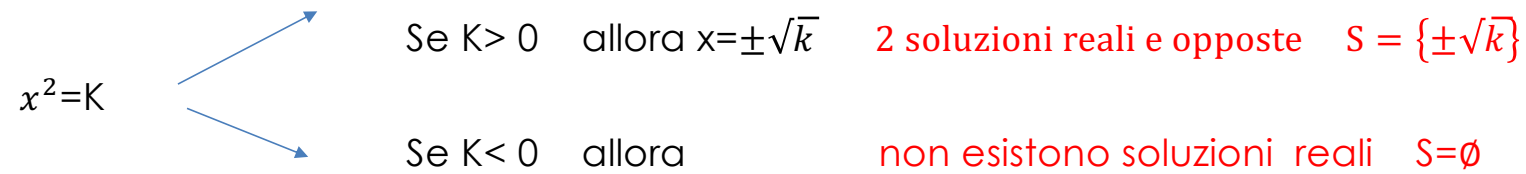
$$S = \left\{ 0, -\frac{1}{2} \right\}$$



$$2. ax^2+c=0 \quad (b=0, c \neq 0)$$

EQUAZIONE PURA

PUO' ESSERE SEMPRE RICONDOTTA ALLA FORMA $x^2=K$



Esempi:

1. $5x^2 - 20 = 0$

$$5x^2 = 20$$

$$x^2 = 4 \quad \longrightarrow \quad x = \pm 2 \quad (2 \text{ soluzioni reali e opposte})$$

$$S = \{\pm 2\}$$

$$2. \quad 3x^2 + 27 = 0$$

$$3x^2 = -27$$

$$x^2 = -9$$

(non esistono soluzioni reali)

$$S = \emptyset$$



3. $ax^2=0$ (b=0, c=0) EQUAZIONE MONOMIA

E' VERIFICATA SOLO PER X=0.

SI HANNO COSI' DUE SOLUZIONI REALI E COINCIDENTI NULLE:

$$x_1 = x_2 = 0$$

Esempio: $3x^2=0$
 $x^2=0 \longrightarrow x_1 = x_2 = 0$

$$S = \{0\}$$

Risoluzione di equazioni di secondo grado complete

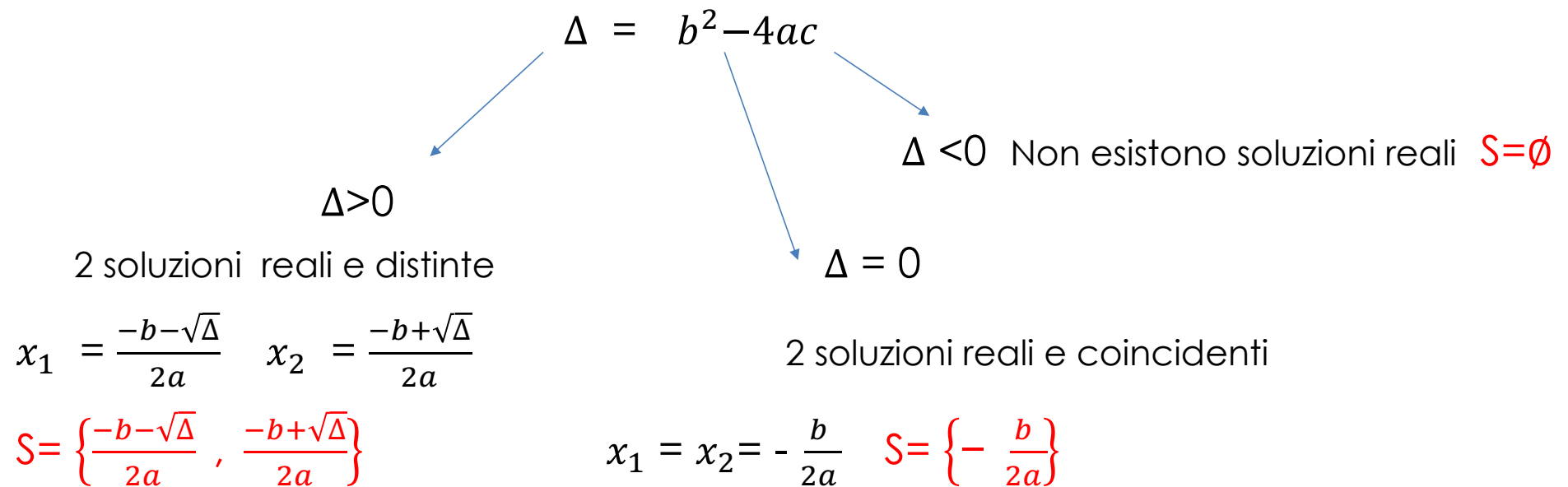
$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0, \quad b \neq 0, \quad c \neq 0)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Dove $b^2 - 4ac = \Delta$ discriminante



Si possono distinguere tre casi:



Esempi:

1. $x^2 - 5x + 6 = 0$ $a = 1$
 $b = -5$
 $c = 6$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5-1}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{5+1}{2} = 3$$

$$S = \{2, 3\}$$



$$2. \quad x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = -4$$

$$c = 4$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm 0}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_1 = x_2 = 2$$

$$S = \{2\}$$



Osservazione:

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

Quindi:

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

$$S = \{2\}$$



$$2. \quad x^2 + x + 1 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 1$$

$$c = 1$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$(\Delta < 0)$$

POICHE' $\Delta < 0$ NON ESISTONO SOLUZIONI REALI

$$S = \emptyset$$



LA FORMULA RIDOTTA

Se b è un numero **pari** è utile applicare la formula ridotta:

$$x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$$

Esempio: $x^2 - 2x - 35 = 0$

$$x = 1 \pm \sqrt{1 + 35}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{36}$$

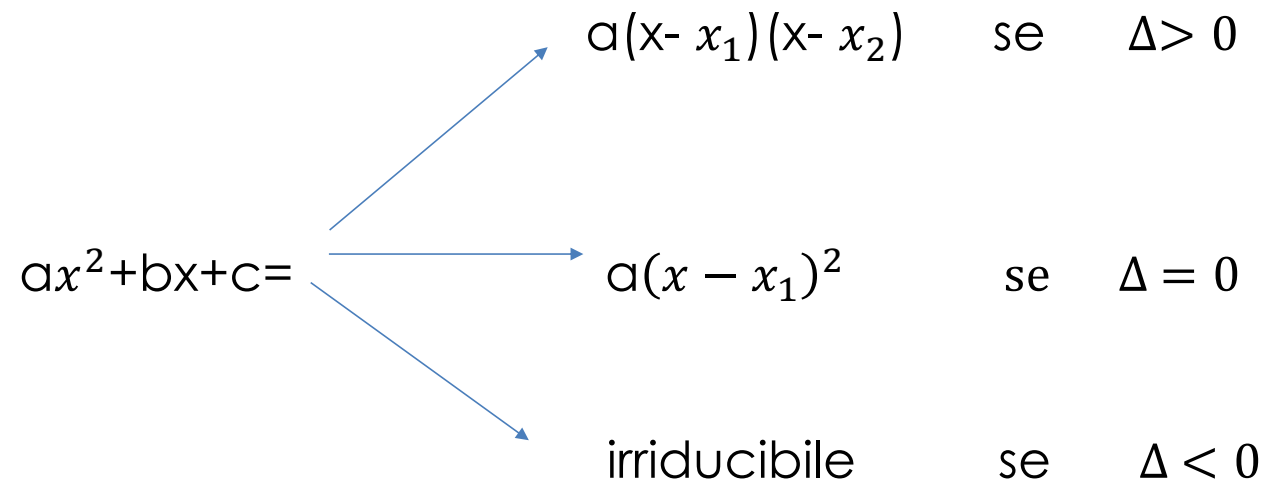
$$x = 1 \pm 6$$

-5
7

$$S = \{-5, 7\}$$



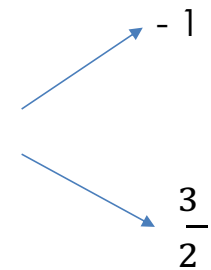
Scomposizione di un trinomio di secondo grado



Esempio:

$$2x^2 - x - 3$$

RISOLVENDO L'EQUAZIONE ASSOCIATA SI HA: $2x^2 - x - 3 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4} =$$


The diagram shows two blue arrows branching from the equals sign of the quadratic formula. The upper arrow points to the value -1 , and the lower arrow points to the value $\frac{3}{2}$.

Da cui:

$$2x^2 - x - 3 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x + 1) = (2x - 3)(x + 1)$$



Esercizio

$$\frac{x}{x-3} - \frac{4}{x+3} = \frac{21-x}{x^2-9}$$

↓

$$(x-3)(x+3)$$

m.c.m. dei denominatori: $(x-3)(x+3)$

C. E. : $X-3 \neq 0$, $X \neq 3$

$X+3 \neq 0$, $X \neq -3$

$$\frac{x(x+3)-4(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{21-x}{(x-3)(x+3)}$$

$$x^2+3x-4x+12=21-x$$

$$x^2 - 9 = 0 \longrightarrow x = \pm 3 \text{ soluzioni non accettabili}$$

$S = \emptyset$



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
CAMPUS DI RIMINI

Esercizio prova finale del 3/10/2007

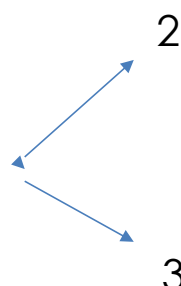
$$(x - 2)^2 + 9x = 2(x+2)(x-2) + 18$$

$$x^2 + 4 - 4x + 9x = 2(x^2 - 4) + 18$$

$$x^2 + 4 - 4x + 9x = 2x^2 - 8 + 18$$

$$-x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} =$$


The diagram shows two blue arrows originating from the equals sign of the quadratic formula. One arrow points to the number 2, and the other points to the number 3.

$$S = \{2, 3\}$$



Esercizi:

$$1) \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} = 0$$

$$2) \frac{(x+2)^2 - 1}{x} = 8$$

$$3) \frac{(x+1)(x-1)}{2} = x$$

$$4) \frac{1}{x^2 - 1} - 1 = \frac{1}{x - 1}$$



Prova finale 13.10.06

$$\frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} = 0$$

C.E.

$$\underline{x \neq 3}$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

Non acc.

$$x = 4$$

$$S = \{4\}$$



Esercizio

1. Ottobre 2008

$$\frac{(x+2)^2 - 1}{x} = 8$$

C.E.

$$x \neq 0$$

$$\frac{(x+2)^2 - 1}{x} = \frac{8x}{x}$$

$$x^2 + 4x + 4 - 1 = 8x$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{4-3}$$

$$x = 2 \pm 1 \begin{cases} 1 & \text{Acc.} \\ 3 & \text{Acc.} \end{cases}$$

$$\text{Risposta: } S = \{1, 3\}$$



Esercizio

Prova finale
18.09.2009

$$\frac{(x+1)(x-1)}{2} = x$$

$$\frac{x^2 - 1}{2} = x$$

$$\frac{x^2 - 1}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1+1}$$
$$= 1 \pm \sqrt{2}$$

$$S = \{1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$$

Esercizio

(prova finale
22/09/2011)

$$\frac{1}{x^2-1} - 1 = \frac{1}{x-1}$$

↓

$$(x-1)(x+1)$$

C.E.

$$x-1 \neq 0 \rightarrow x \neq 1$$

$$x+1 \neq 0 \rightarrow x \neq -1$$

$$x \neq -1 \wedge x \neq 1$$

$$\frac{1-(x^2-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)}$$

$$1-x^2+1 = x+1$$

$$x^2+x-1=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

sol.
accettabili

$$S = \left\{ \frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right\}$$